

ОТЗЫВ

официального рецензента на диссертационную работу
 Ашуровой Гузель Рашитхужакылы на тему «Линейные и нелинейные обратные задачи для эволюционных уравнений с вырождением», представленную на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05401 – Математика»

№ п/п	Критерии	Соответствие критериям (подчеркнуть один из вариантов ответа)	Обоснование позиции официального рецензента (замечания выделить курсивом)
1.	Тема диссертации (на дату ее утверждения) соответствует направлениям развития науки и/или государственным программам	1.1 Соответствие приоритетным направлениям развития науки или государственным программам: соответствует приоритетным направлениям развития науки 1) диссертация выполнена в рамках проекта или целевой программы, финансируемого(ой) из государственного бюджета (указать название и номер проекта или программы); 2) диссертация выполнена в рамках другой государственной программы (указать название программы); 3) диссертация соответствует приоритетному направлению развития науки, утвержденному Высшей научно-технической комиссией при Правительстве Республики Казахстан (указать направление).	Диссертационная работа выполнена в соответствии с приоритетным направлением развития науки Республики Казахстан «Интеллектуальный потенциал страны» в области естественных наук. Кроме того, исследование связано с тематикой государственных грантовых проектов: - AP09057950 «Обратные задачи для линейных и нелинейных уравнений неавтономной вязкоупругой несжимаемой жидкости Кельвина-Фойгта»; - AP26199323 «Исследование обратных задач для неклассических дифференциальных уравнений». Автор принимала участие в выполнении указанных проектов в качестве исполнителя.
2.	Важность для науки	Работа <u>вносит/не вносит</u> <u>существенный вклад</u> в науку, а ее важность <u>хорошо раскрыта/не раскрыта</u> .	Диссертация посвящена актуальной проблеме математической физики - исследованию разрешимости линейных и нелинейных обратных задач для вырождающихся эволюционных уравнений. Полученные результаты развивают теорию обратных задач для уравнений с меняющимся направлением эволюции, что является новым направлением

		исследований. В отличие от большинства известных исследований, где рассматриваются обратные задачи для классических параболических уравнений, в данной работе изучаются уравнения с вырождением по временной переменной и меняющимся направлением эволюции. Именно этот аспект придаёт исследованию новизну и самостоятельную ценность, поскольку такие постановки ранее не получили систематического анализа. Автором предложены и обоснованы условия существования и единственности решений для ряда новых типов задач – как по временным, так и по пространственным коэффициентам, включая случаи сильного вырождения и кратных характеристик. Использованные методы – регуляризация, априорные оценки, метод продолжения по параметру, интегральные условия переопределения – применены к ранее не исследованным моделям, что позволило расширить существующую теорию обратных задач. Таким образом, диссертация вносит существенный и оригинальный вклад в развитие современной теории обратных задач для вырождающихся уравнений. Важность и актуальность темы автором раскрыта убедительно: во введении приведён широкий обзор литературы, чётко обозначен пробел в предыдущих исследованиях и показано, каким образом результаты работы
--	--	---

		восполняют этот пробел.	
3.	Принцип самостоятельности	Уровень самостоятельности: 1) <u>высокий</u> ; 2) средний; 3) низкий; 4) самостоятельности нет.	Автор продемонстрировала высокий уровень самостоятельности при выполнении диссертационного исследования. Все основные результаты, включая построение методов доказательства разрешимости и полученные априорных оценок, получены автором самостоятельно. Диссертация отличается логически выстроенной структурой, строгим математическим изложением и умением автора проводить обоснованные аналитические рассуждения. По теме диссертации опубликован ряд статей, включая работу, где автор выступает единственным автором (Journal of Mathematical Sciences. 2024. Vol. 281, No. 6. P. 837–847), что подтверждает её самостоятельный научный вклад.
4.	Принцип внутреннего единства	4.1 Обоснование актуальности диссертации: 1) <u>обоснована</u> ; 2) частично обоснована; 3) не обоснована.	Актуальность темы убедительно раскрыта. В работе рассматриваются обратные задачи для эволюционных уравнений с вырождением и меняющимся направлением эволюции – направление, которое в последние десятилетия активно развивается, но остаётся недостаточно изученным именно в случае вырождения по временной переменной и наличия интегральных условий переопределения. Автор чётко обозначает этот пробел в научной литературе и показывает, что существующие методы не охватывают широкий класс моделей с временным вырождением, где стандартные результаты о разрешимости не применимы.

		Во введении и последующих главах показана неразрывная связь актуальности, цели и задач исследования. Все главы логически вытекают из поставленной проблемы: сначала анализируются временные коэффициенты, затем пространственные, и, наконец, более сложные случаи сильного вырождения и кратных характеристик.
4.2	Содержание диссертации отражает тему диссертации:	Содержание полностью соответствует заявленной теме «Линейные и нелинейные обратные задачи для эволюционных уравнений с вырождением». Все главы направлены на решение именно этой группы задач.
	1) <u>отражает</u> ;	
	2) частично отражает;	
	3) не отражает.	
4.3.	Цель и задачи соответствуют теме диссертации:	Работа Г. Р. Ашуровой отличается высокой степенью внутреннего единства. Уже во введении чётко обозначена единая научная цель. Все главы направлены на достижение именно этой цели, развивая её поэтапно.
	1) <u>соответствуют</u> ;	
	2) частично соответствуют;	
	3) не соответствуют.	В первой главе заложен методологический фундамент — рассматриваются задачи по времени, формулируются базовые принципы и условия разрешимости. Вторая глава логично продолжает первую, перенося те же идеи на задачи по пространственным коэффициентам, что демонстрирует методическую преемственность. Третья глава углубляет анализ, распространяя полученные подходы на случаи сильного вырождения, что показывает развитие идей работы вглубь. Четвёртая глава завершает исследование рассмотрением уравнений с кратными характеристиками.
4.4	Все разделы и положения диссертации логически взаимосвязаны:	Структура работы выдержана последовательно. Каждая глава логически связана с

	1) <u>полностью взаимосвязаны</u>; 2) <u>взаимосвязь частичная</u>; 3) <u>взаимосвязь отсутствует</u>. 4.5 Предложенные автором новые решения (принципы, методы) аргументированы и оценены по сравнению с известными решениями: 1) <u>критический анализ есть</u>; 2) <u>анализ частичный</u>; 3) <u>анализ представляет собой не собственные мнения, а цитаты других авторов</u>; 4) <u>анализ отсутствует</u>.	предыдущими, обеспечивая поэтапное развитие основной идеи – от постановки и анализа прямых задач до доказательства разрешимости соответствующих обратных задач. Автором проведён критический анализ существующих подходов к решению обратных задач. Новизна заключается в применении известных аналитических методов – регуляризации, априорных оценок, теорем вложения и метода неподвижной точки к новым классам задач, отличающихся наличием вырождения и изменением направления эволюции. Эти подходы адаптированы к специфике рассматриваемых задач, что позволило получить новые результаты о разрешимости.
5. Принцип научной новизны	5.1 Научные результаты и положения являются новыми? 1) <u>полностью новые</u>; 2) <u>частично новые (новыми являются 25-75%)</u>; 3) <u>не новые (новыми являются менее 25%)</u>. 5.2 Выводы диссертации являются новыми? 1) <u>полностью новые</u>; 2) <u>частично новые (новыми являются 25-75%)</u>; 3) <u>не новые (новыми являются менее 25%)</u>.	Научная новизна работы заключается в том, что исследованы обратные задачи для параболических уравнений, в которых вырождающийся множитель зависит от времени и может менять знак. Доказаны теоремы разрешимости линейных и нелинейных коэффицициентных обратных задач временного и пространственного типа для таких уравнений. Выводы диссертации получены для нового класса обратных задач – параболических уравнений с вырождением и меняющимся направлением эволюции. В них установлены условия разрешимости и существования обобщённых решений, которые ранее не были доказаны для подобных задач. Таким образом, выводы существенно расширяют известные результаты и формируют новое направление в

		исследованиям обратных задач для выходящих уравнений. Хотя диссертация носит теоретический характер, в ней разработаны новые подходы к исследованию обратных задач для параболических уравнений с вырождением и изменением направления эволюции. Эти методы основаны на комбинации регуляризации, априорных оценок и теорем вложения, что представляет собой методологически новое решение и может быть применено в других областях математического моделирования и анализа выходящих систем.
6.	Обоснованность основных выводов	Все основные выводы основаны/не основаны на весомых с научной точки зрения доказательствах либо достаточно хорошо обоснованы (для qualitative research (квалитатив ресеч) и направлений подготовки по искусству и гуманитарным наукам). Все основные результаты и выводы диссертации получены строго математическими методами и подтверждены полными доказательствами. Доказательства опираются на корректно сформулированные априорные оценки, теоремы вложения и методы регуляризации. Выводы логически вытекают из поставленных задач и доказанных теорем, что свидетельствует о высокой степени их обоснованности и достоверности.
7.	Основные положения, выносимые на защиту	Все основные положения диссертации строго доказаны и логически вытекают из общей теоретической конструкции. Положения не являются тривиальными, представляют собой новые результаты в теории обратных задач для выходящих уравнений, имеют математическую ценность и могут быть использованы при дальнейшем развитии методов анализа обратных задач.

		7.2 Является ли тривиальным?	
		1) <u>да</u> ;	
		2) <u>нет</u> ;	
		3) <u>в</u> текущей формулировке проверить тривиальность положения невозможно.	
		7.3 Является ли новым?	
		1) <u>да</u> ;	
		2) <u>нет</u> ;	
		3) <u>в</u> текущей формулировке проверить новизну положения невозможно.	
		7.4 Уровень для применения:	
		1) <u>узкий</u> ;	
		2) <u>средний</u> ;	
		3) <u>широкий</u> ;	
		4) <u>в</u> текущей формулировке проверить уровень применения положения невозможно.	
		7.5 Доказано ли в статье?	
		1) <u>да</u> ;	
		2) <u>нет</u> ;	
		3) <u>в</u> текущей формулировке проверить доказанность положения в статье невозможно.	
		8.1 Выбор методологии - обоснован или методология достаточно подробно описана:	
		1) <u>да</u> ;	
		2) <u>нет</u> .	
8.	Принцип достоверности.	В работе подробно изложен выбор используемых методов – регуляризации, априорных оценок, теорем вложения и метода неподвижной точки. Методология логично вытекает из природы исследуемых задач и адекватна поставленным целям.	
	Достоверность источников и предоставляемой информации		

	8.2 Результаты диссертационной работы получены с использованием современных методов научных исследований и методик обработки и интерпретации данных с применением компьютерных технологий:		Автор использует современные аналитические подходы и методы функционального анализа, что соответствует уровню современных исследований в области обратных задач для уравнений с вырождением.
	1) <u>да</u> ;		
	2) <u>нет</u> .		
	8.3 Теоретические выводы, модели, выявленные взаимосвязи и закономерности доказаны и подтверждены экспериментальным исследованием (для направлений подготовки по педагогическим наукам результаты доказаны на основе педагогического эксперимента):		Работа носит теоретический характер. Все основные результаты подтверждены строгими математическими доказательствами и априорными оценками, что обеспечивает достоверность полученных выводов.
	1) <u>да</u> ;		
9	2) <u>нет</u> .		
	8.4 Важные утверждения <u>подтверждены/частично подтверждены/не подтверждены</u> ссылками на актуальную и достоверную научную литературу.		Основные положения и используемые методы обоснованы ссылками на современные публикации отечественных и зарубежных авторов, включая работы последних лет.
	8.5 Используемые источники литературы <u>достаточно/не достаточно</u> для литературного обзора.		Обзор литературы охватывает ключевые исследования в области вырождающихся параболических уравнений и обратных задач, объём источников является достаточным для данного уровня исследования.
	9.1 Диссертация имеет теоретическое значение:		Работа обладает выраженным теоретическим значением. Полученные результаты развивают методы исследования обратных задач для вырождающихся параболических уравнений с переменным направлением эволюции, что расширяет современный аппарат теории обратных и неклассических задач
	1) <u>да</u> ;		
2) <u>нет</u> .			
Принцип практической ценности			

	9.2 Диссертация имеет практическое значение и существует высокая вероятность применения полученных результатов на практике: 1) да; 2) нет.	Математической физики. Диссертационная работа Г. Р. Ашуровой обладает заметной практической направленностью, несмотря на преобладание теоретико-математического характера исследования. Полученные результаты не ограничиваются чисто аналитическими построениями, а имеют реальный потенциал для применения в различных прикладных областях. Автор убедительно показывает, что разработанные методы и доказанные теоремы о разрешимости линейных и нелинейных обратных задач для вырождающихся эволюционных уравнений могут быть использованы: - при восстановлении физических параметров (например, коэффициентов теплопроводности, диффузии, источников тепла) в инженерных и термодинамических моделях; - при моделировании распространения инфекций в условиях ограниченной мобильности, когда коэффициент диффузии стремится к нулю (вырождение оператора отражает эффект жёсткого карантина или пространственной изоляции); - при анализе динамики неоднородных сред в задачах материаловедения, биологии и экологии, где наблюдения часто доступны лишь в интегральной форме. Особое значение имеет то, что разработанный в диссертации математический аппарат позволяет реконструировать параметры системы по интегральным данным – ситуация, типичная для
--	---	---

		реальных экспериментов, где измерения не детализированы пространственно. Это делает результаты не только теоретически значимыми, но и практически применимыми в условиях неполной информации, что является одной из центральных проблем прикладной математики. Предложения для практики, содержащиеся в диссертации, носят методический характер и могут быть использованы при дальнейшем исследовании обратных задач и математическом моделировании. Они основаны на новых подходах автора и могут считаться новыми в контексте применения разработанных методов.
10.	Качество написания и оформления	Качество академического письма: 1) <u>высокое</u>; 2) среднее; 3) ниже среднего; 4) низкое. Диссертация написана на хорошем академическом уровне, структура работы логична, соблюдены требования к оформлению, формулы и обозначения приведены корректно, текст отличается последовательностью и ясностью изложения. Используется строгий научный стиль, математические выкладки аккуратно оформлены, список литературы систематизирован. Незначительные замечания касаются отдельных опечаток и единообразия обозначений в формулах.
11.	Замечания к диссертации	К работе замечаний нет. Диссертация соответствует требованиям, выполнена на высоком научном уровне, с построением наглядных примеров.
12.	Научный уровень статей доктранта по теме исследования (в случае защиты диссертации в форме серии статей официальные рецензенты комментируют	По теме диссертации опубликован ряд статей в рецензируемых научных изданиях, включая журналы, входящие в базу Scopus, а также статьи в журналах, рекомендованных Комитетом по обеспечению качества в сфере науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан. Публикации отражают основные результаты диссертационного исследования и отличаются высоким научным уровнем. В статьях доктранта представлены строгие постановки обратных задач, доказательства существования и единственности решений, а также обсуждение устойчивости

научный уровень каждой статьи докторанта по теме исследования)	полученных результатов. Работы отличаются актуальностью, корректным применением аналитических методов и соответствуют международным требованиям к публикациям уровня PhD.
13. Решение официального рецензента (согласно пункту 28 настоящего Типового положения)	Диссертационная работа Ашуровой Гузел Рашитхужакызы на тему «Линейные и нелинейные обратные задачи для эволюционных уравнений с вырождением» представляет собой завершённое научное исследование и содержит новые результаты в области анализа и теории обратных задач для параболических уравнений с вырождением. По содержанию, уровню проведённых исследований и степени новизны полученных результатов диссертация полностью соответствует требованиям, предъявляемым к работам на соискание степени доктора философии (PhD) по специальности «8D05401 – Математика». Считаю, что ее автор – Ашурова Гузел Рашитхужакызы заслуживает присуждения ученой степени доктора философии (PhD).

Официальный рецензент:

**Международный университет Астана,
к.ф.-м.н, ассоциированный профессор**



Аниров Альмир Аскарович